

## MODELAGEM MATEMÁTICA COMO RECURSO PARA ESCOLHA DO COMBUSTÍVEL DE UM CARRO *FLEX*

**Wemerson Mauricio dos SANTOS<sup>1</sup>**

Licenciado em Matemática

IFSP/ Câmpus São Paulo

**Henrique Marins de CARVALHO<sup>2</sup>**

Doutor em Educação Matemática/UNESP

Docente do Curso de Licenciatura em Matemática

IFSP/ Câmpus São Paulo

### RESUMO

O tema do presente artigo é o consumo de combustíveis em veículos *flex* (veículo de combustível duplo) e a pergunta a que visa responder é: qual razão entre os preços de etanol e gasolina faz com que seja mais econômico abastecer o carro *flex* com um ou outro combustível? Para responder a essa pergunta, utilizamos como metodologia a Modelagem Matemática da forma que é proposta por Bassanezi (2006) e, com isso, desenvolvemos uma expressão matemática com a qual o leitor pode utilizar os dados do consumo de combustíveis do seu veículo e responder à pergunta. Ao longo do texto, também se encontram duas expressões que possuem o mesmo intuito da anterior, mas utilizam os valores médios do consumo de combustível dos veículos mais emplacados de abril de 2019. Além disso, comparamos os preços de etanol e gasolina de julho de 2001 até abril de 2019 para identificarmos os períodos nos quais foi mais vantajoso utilizar um ou outro combustível, do ponto de vista monetário. Com base nos modelos obtidos, são apresentadas sugestões de aplicações do mesmo em sala de aula.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Consumo de Combustível; Custo Benefício.

### Introdução

Segundo um levantamento publicado em 2019 pelo Sindicato Nacional da Indústria de Componentes para Veículos Automotores (SINDIPEÇAS), a frota circulante de autoveículos (automóveis, comerciais leves, caminhões e ônibus) no Brasil em 2018 era cerca de 4.4801.691 unidades e os veículos *flex* (veículos de combustível duplo) representaram, nesse mesmo ano, 67,1% da frota total. De acordo com Instituto

---

<sup>1</sup> Endereço eletrônico: wemersonmauricio@gmail.com

<sup>2</sup> Endereço eletrônico: hmarins@ifsp.edu.br

Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população brasileira em 2018 era composta por 208.494.900 habitantes.

Sendo assim, temos que nesse período, no Brasil, existiam por volta de 4,65 habitantes por automóvel e, conforme as projeções dessas duas instituições para os próximos anos, esse número tende a aumentar.

Desde 2014, o Brasil vem passando por uma crise que afeta a maior parte dos brasileiros (principalmente os de baixa renda). Nesse sentido, é de suma importância economizar no que for possível para amenizar os efeitos dessa situação. Pensando nisso e na quantidade de automóveis no Brasil, o artigo tem importância por apresentar uma maneira de analisar se é mais econômico abastecer um carro *flex* com etanol ou se com gasolina comum.

Além disso, ao levar em conta a média de quilômetros que os 20 carros da categoria automóvel mais emplacados de abril de 2019 fazem com um litro de combustível, foi construído um gráfico, que compara os preços desses dois combustíveis no período de julho de 2001 até abril de 2019, no qual é possível que o leitor consiga identificar pontualmente qual combustível teria melhor rentabilidade durante esse intervalo de tempo.

Vale ressaltar que, para decidir qual combustível é o mais vantajoso, só foi levado em conta a quantidade de quilômetros que um veículo faz com um litro de combustível e o seu preço por litro; em nenhum momento foi levado em consideração se é a gasolina ou se é o etanol que traz mais benefícios para o motor do carro.

O objetivo principal deste artigo é analisar a relação entre os preços por litro de etanol e gasolina com o intuito de encontrar uma função ou expressão matemática que seja capaz de guiar o motorista na escolha do combustível de um carro *flex* e que, dessa forma, ajude a sanar a dúvida: qual dos dois combustíveis tem um custo-benefício melhor, sendo mais econômico? O objetivo secundário é apresentar ao leitor a comparação entre o custo-benefício dos preços mensais por litro de etanol e de gasolina no intervalo de julho de 2001 até abril de 2019.

A expressão matemática que queremos montar pode ser tratada como um modelo da realidade, ou seja, traz características importantes do fenômeno de estudo e o representa relativamente bem, mas não é o próprio fenômeno, estando mais para uma

aproximação dele. Para que esse conceito fique mais claro podemos utilizar a seguinte definição:

Modelo é a representação de um objeto ou fato concreto sendo suas características predominantes a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. [...] Ele deve conter as mesmas características que o sistema real, isto é, deve apresentar as mesmas variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações são obtidas através de hipóteses (abstratas) ou de experimentos (reais). (BASSANEZI, 2006, p. 19-20)

Tal definição sobre modelo em nenhum momento cita que ele precisa ser matemático, mas então por que utilizar um modelo matemático? Existe alguma vantagem em seu uso?

As respostas a esses questionamentos são dadas por Bassanezi, ao citar que:

O objetivo fundamental do “uso” de matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar ideias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância. (BASSANEZI, 2006, p. 18)

Nota-se, portanto, que a utilização de modelos matemáticos auxilia na sintetização e generalização dos objetos/acontecimentos que estão sendo estudados.

Dessa forma, para responder à pergunta feita e alcançar os nossos objetivos, utilizamos um modelo matemático e, para isso, utilizaremos a Modelagem Matemática, que é definida por Rodney Bassanezi como:

Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2006, p. 24)

Ao observar fenômenos do mundo real (como por exemplo o consumo de combustíveis) e selecionar as variáveis de maior interesse, somos capazes de criar uma aproximação da realidade no universo matemático, que consegue retratar de forma suficiente o fenômeno escolhido.

Isto é, por meio da Modelagem Matemática, é possível transformar acontecimentos do mundo real em expressões matemáticas que retratem a realidade com uma certa fidelidade de maneira que podemos usar as diversas ferramentas existentes nesse universo para encontrarmos respostas sobre o fenômeno e depois podemos “traduzir” o que está na linguagem matemática para a natural (línguas portuguesa, inglesa, etc.), e, fazendo esse processo, temos informações que permitem generalizar e prever tendências do fenômeno em questão.

A Modelagem Matemática “[...] pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem [...]” (BASSANEZI, 2006, p. 16). Apesar de dentro deste trabalho o interesse estar em utilizar a Modelagem Matemática como método de pesquisa, vamos dar algumas sugestões de atividades que, a partir deste artigo, podem ser aplicadas em sala de aula.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), um aspecto a ser considerado na unidade temática “números” é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando a educação financeira dos alunos. Nesse documento, ainda é levantado que podem ser discutidos assuntos como juros, inflação, aplicações financeiras e impostos. Portanto, o presente artigo atende à demanda solicitada pela BNCC já que trabalha diretamente com o conceito de Matemática Financeira.

Para realizar tudo o que foi proposto, houve a necessidade de dividir a pesquisa em 4 etapas principais. A primeira (E1) é o recolhimento de dados sobre os carros mais emplacados em abril de 2019 e seus consumos de combustível, a segunda (E2) é a modelagem da função “preço da gasolina com relação ao preço do etanol”, a terceira (E3) é a obtenção de dados sobre preços médios mensais de etanol e de gasolina comuns no Brasil. A última (E4) é a modelagem que compara os preços históricos desses combustíveis utilizando como base o valor médio obtido na (E1), a função construída na (E2) e, finalmente, os dados recolhidos na (E3).

Em sua maioria, os dados para essa pesquisa foram retirados de órgãos do governo brasileiro, pois, dessa forma, eles, teoricamente, trazem consigo uma imparcialidade maior. O lugar de onde cada um dos dados foi retirado será abordado no desenvolvimento da pesquisa.

Para realizar o projeto, utilizamos basicamente três softwares: A planilha eletrônica Excel 2016, o leitor de PDF do navegador Microsoft Edge e um conversor online de PDF para Excel. O primeiro foi utilizado para a construção de tabelas e gráficos, o segundo, para leitura de arquivos no formato PDF e o terceiro, para conversão de arquivos do formato PDF em Excel.

A primeira etapa consiste em levantar dados sobre os carros mais emplacados em um período do ano de 2019 e os seus respectivos consumos médios de combustíveis (no caso, etanol e gasolina comuns).

### Recolhimento de dados (Etapa 1)

Começamos a pesquisar sobre os carros mais emplacados em abril de 2019 e encontramos essas informações em alguns sites. Para garantir maior confiabilidade, retiramos as informações da Fundação Nacional de Distribuição de Veículos Automotores (FENABRAVE); decidimos utilizar apenas os 20 primeiros colocados da categoria automóveis<sup>3</sup>.

Ao fim dessa pesquisa, chegamos à seguinte tabela:

**Tabela 1** — Ranking de emplacamentos em abril de 2019 da categoria automóveis

POSICÃO	MARCA	MODELO	QUANT. DE EMPLACAMENTOS
1º	GM	ONIX	19619
2º	HYUNDAI	HB20	10386
3º	FORD	KA	8772
4º	RENAULT	KWID	7319
5º	VW	GOL	7180
6º	FIAT	ARGO	6839
7º	GM	PRISMA	6726
8º	JEEP	RENEGADE	5714
9º	FORD	KA SEDAN	5610

<sup>3</sup> Dentro dos dados disponibilizados pela Fenabrave, Existem diversas categorias de veículos como, por exemplo, automóveis e comerciais leves. Em nosso texto, vamos considerar apenas os da categoria “automóveis”.

10°	VW	POLO	5073
11°	JEEP	COMPASS	4930
12°	TOYOTA	COROLLA	4667
13°	HYUNDAI	CRETA	4387
14°	FIAT	MOBI	4179
15°	NISSAN	KICKS	4121
16°	RENAULT	SANDERO	3937
17°	HONDA	HR-V	3927
18°	VW	CROSS FOX	3501
19°	VW	VIRTUS	3466
20°	TOYOTA	YARIS SEDAN	3459

**Fonte:** Autores

Feito isso, começamos a pesquisar a quilometragem que cada um desses carros faz com um litro de combustível, sempre etanol ou gasolina comum. Em um primeiro momento, pensamos em pesquisar nos próprios sites das montadoras, mas é possível que as informações sejam tendenciosas, então decidimos adotar os dados do Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO) (INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA, 2017, 2019). No entanto, percebemos que cada carro possui várias versões e que no site da Fenabrave não estava especificada qual versão foi considerada para construir o ranking.

Nesse ponto, decidimos utilizar os dados de todas as versões de cada veículo e calcular a média. Surgiu, neste aqui, uma questão de ordem técnica: o INMETRO disponibiliza as informações no formato PDF e precisávamos dos dados no formato suportado pelo Excel; para isso, foi utilizado um conversor online de PDF em Excel e transformamos os dados em uma planilha; porém, cada página do PDF virou uma aba do arquivo (cerca de 46 planilhas em um só arquivo) e cada uma delas continha informações que não eram necessárias para os nossos objetivos.

Fomos excluindo, de uma vez, só as colunas que não seriam utilizadas (basta selecionar todas as planilhas; em seguida, uma das abas, excluir as colunas que não serão usadas e automaticamente o Excel exclui as colunas de todas as abas).

Depois de excluir as colunas que não seriam usadas, fomos retirando os dados dessas planilhas e montando 20 tabelas (uma para cada carro). Para facilitar o trabalho, pesquisávamos no PDF pelo nome do carro, verificávamos a página que ele estava

localizado e, depois disso, íamos na aba da planilha correspondente à página do PDF e copiávamos os dados: por exemplo, página 1 corresponde à aba 1, página 2 corresponde à aba 2 e assim por diante.

Vale ressaltar que os carros HB20, Ka Hatch, Renegade e Sandeiro possuíam outras categorias além das consideradas (nesses casos, consideramos as categorias que tinham compactos no nome). Além disso, o Cross-Fox não consta na avaliação do INMETRO nos anos de 2018 e 2019. Por esse motivo, utilizamos os dados do INMETRO de 2017. No final, construímos 20 tabelas com a seguinte configuração:

**Quadro 2** — Quilometragem por litro de combustível para cada versão do carro

CATEGORIA	MARCA	CARR O	VERSÕES	ETANOL (km/l)		GASOLINA(km/l)	
				CIDAD E	ESTRAD A	CIDAD E	ESTRAD A
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4AT ACT	7,60	8,70	11,10	12,70
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4AT LTZ	7,90	9,70	11,60	14,00
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4MT ACT	8,30	9,40	12,20	13,70
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4MT EFF	8,50	10,30	12,40	14,90
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.0MT LT	8,80	10,50	12,90	15,30
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4AT ADV	7,90	9,70	11,60	14,00
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4AT LT	7,90	9,70	11,60	14,00
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4MT LT	8,50	10,30	12,40	14,90
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	1.4MT LTZ	8,50	10,30	12,40	14,90
Compacto	CHEVROLE T	ONIX	10MT JOYE	8,70	10,50	12,80	15,20
MÉDIA				8,26	9,91	12,10	14,36

Fonte: Autores

Depois, calculamos a média da quilometragem por litro de cada carro e reunimos em uma única tabela, resultando em:

**Tabela 3** — Quilometragem média por litro de combustível

POSICÃO	MARCA	MODELO	ETANOL (km/l)		GASOLINA (km/l)	
			CIDADE	ESTRAD	CIDADE	ESTRAD
1°	GM	ONIX	8,26	9,91	12,10	14,36
2°	HYUNDAI	HB20	7,98	9,83	11,40	13,68
3°	FORD	KA	8,15	10,08	11,73	14,43
4°	RENAULT	KWID	10,3	10,8	14,9	15,6
5°	VW	GOL	8,40	9,78	12,10	13,95
6°	FIAT	ARGO	8,47	9,91	12,14	14,10
7°	GM	PRISMA	8,37	10,39	12,30	15,11
8°	JEEP	RENEGADE	6,92	8,42	10,06	11,86
9°	FORD	KA SEDAN	8,25	10,30	11,95	14,68
10°	VW	POLO	8,16	9,68	11,78	14,00
11°	JEEP	COMPASS	6,10	7,50	8,80	10,80
12°	TOYOTA	COROLLA	7,47	9,03	10,90	13,00
13°	HYUNDAI	CRETA	7,20	8,20	10,17	11,47
14°	FIAT	MOBI	9,15	10,35	13,20	15,00
15°	NISSAN	KICKS	7,75	9,20	11,25	13,35
16°	RENAULT	SANDERO	8,30	8,84	12,24	12,88
17°	HONDA	HR-V	7,37	8,60	10,63	12,40
18°	VW	FOX-CROSS FOX	7,70	8,85	11,10	12,70
19°	VW	VIRTUS	7,93	9,83	11,30	14,07
20°	TOYOTA	YARIS SEDAN	8,65	10,35	12,50	14,55
MÉDIA			8,04	9,49	11,63	13,60

Fonte: Autores

A próxima etapa consiste na construção de uma função que transforma o preço do litro da gasolina comum em um novo que pode ser comparado diretamente com o preço por litro do etanol.

### Construção da função (Etapa 2)

Sejam:

$P_{ie}$ : O preço por litro de etanol comum (valor encontrado na bomba)



$P_{1g}$ : O preço por litro de gasolina comum (valor encontrado na bomba)

$E$ : Quantidade de quilômetros que o carro faz com um litro de etanol comum

$G$ : Quantidade de quilômetros que o carro faz com um litro de gasolina comum

$x$ : Quantidade de quilômetros que um carro anda quando é abastecido com  $P_{1g}$  reais de etanol

Valor abastecido de etanol (R\$)	Quilômetros que o carro roda(km)
$P_{1e}$	$E$
$P_{1g}$	$x$

Podemos supor que as variáveis são diretamente proporcionais já que, conforme o valor abastecido com etanol aumenta/diminui, a quantidade de quilômetros que o carro roda também aumenta/diminui e é justo pensar que isso vai acontecer de maneira proporcional uma vez que os dados que retiramos do INMETRO são carregados com essa informação.

Sendo assim, ao realizar a regra de três para variáveis diretamente proporcionais, temos:

$$x = \frac{E * P_{1g}}{P_{1e}}$$

Observação: Essa expressão é válida, pois  $P_{1e} > 0$

Nesse ponto, temos três casos a considerar:

Caso 1: A quantidade de  $x$  é maior que  $G$ ;

Caso 2: A quantidade de  $x$  é menor que  $G$ ;

Caso 3: A quantidade de  $x$  é igual a  $G$ .

Analisando os três casos, chegamos na conclusão que: se o caso 1 ocorrer, será mais rentável abastecer com etanol; se 2 ocorrer, será com gasolina, e, no último, a escolha do combustível é indiferente.

Para podermos escrever de uma forma mais didática, vamos supor que o caso 1 aconteceu.

$$x > G$$

$$\frac{E * P_{lg}}{P_{le}} > G$$

Como o preço por litro do etanol ( $P_{le}$ ) e a quantidade de quilômetros que um carro faz com um litro de gasolina ( $G$ ) são maiores que zero, a desigualdade não se altera ao multiplicarmos e dividirmos ambos os lados da expressão por esses valores. Ou seja, podemos fazer o seguinte:

$$\frac{E * P_{lg}}{G} > P_{le}$$
$$\frac{E}{G} * P_{lg} > P_{le}$$

Repare que a desigualdade se manteve a mesma e que nos outros casos ela também não irá se alterar, isto é, quando o sinal de maior for utilizado no final, chegaremos em uma inequação com o sinal de maior; se for o sinal de menor, no fim, teremos uma inequação com sinal de menor e o mesmo acontecerá com o sinal de igual.

Observe também que, do lado esquerdo da inequação, estamos transformando o preço por litro de gasolina em um novo valor que será indicado por  $P_{lgr}$  (preço por litro de gasolina comparável de forma direta com o preço por litro do etanol).

$$P_{lgr}(P_{lg}) = \frac{E}{G} * P_{lg}$$

Dessa forma, chegamos em uma função que transforma o preço por litro da gasolina em outro que pode ser diretamente comparado ao preço por litro do etanol. O que é muito útil, pois é preciso saber apenas a quantidade de quilômetros que um carro faz com um litro de etanol, com um litro de gasolina e o preço do litro dos combustíveis, e, ao se realizar uma conta de divisão e outra conta de multiplicação, é possível saber qual combustível escolher para abastecer o veículo<sup>4</sup>.

Nesse ponto, já poderíamos usar os dados obtidos na etapa anterior, porém, decidimos fazer mais 2 etapas para deixar o trabalho mais completo e, na última delas, usaremos os dados obtidos nessas duas primeiras etapas.

---

<sup>4</sup> Ao comparar  $P_{lgr}$  e  $P_{le}$ , chegaremos nos casos que já citamos acima, ou seja, Nos mesmos de comparar  $x$  com  $G$ , isto é, se  $P_{lgr} > P_{le}$  estamos no caso 1 (compensa mais abastecer com etanol), se  $P_{lgr} < P_{le}$ , caso 2 (abasteça com gasolina) e  $P_{lgr} = P_{le}$ , caso 3 (a escolha do combustível é indiferente).

A terceira etapa é o levantamento de dados sobre os preços médios de etanol e de gasolina comum de julho de 2001 até abril de 2019.

### Obtenção dos dados históricos (Etapa 3)

Nesta etapa, pesquisamos sobre o histórico de preço de combustíveis e achamos uma planilha da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) (AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCMBUSTÍVEIS, 2020) que traz os dados diários desses preços, porém, o grande volume de dados era excessivo para o nosso modelo. Utilizamos, então, outras duas planilhas da ANP que trazem os valores médios mensais dos combustíveis, sendo que a primeira tem informações de julho de 2001 até dezembro de 2012, e a segunda, de janeiro de 2013 até abril de 2019.

A partir dessas duas planilhas, acessamos as informações de nosso interesse: mês, produto, número de postos pesquisados e preço médio de revenda. Montamos uma tabela com esses dados e ainda adicionamos uma nova coluna que representa a quantidade de meses após julho de 2001 (essa informação facilita a construção do gráfico).

**Tabela 4** — Parte da tabela de preços históricos dos combustíveis<sup>5 6</sup>

MÊS	MESES APÓS JUL/01	PRODUTO	NÚMERO DE POSTOS PESQUISADOS	PREÇO MÉDIO REVENDA (R\$/l)
jul/01	0	ETANOL HIDRATADO	17899	1,009
ago/01	1	ETANOL HIDRATADO	28796	1,014
set/01	2	ETANOL HIDRATADO	32994	1,027
out/01	3	ETANOL HIDRATADO	42036	1,039
nov/01	4	ETANOL HIDRATADO	34592	1,033

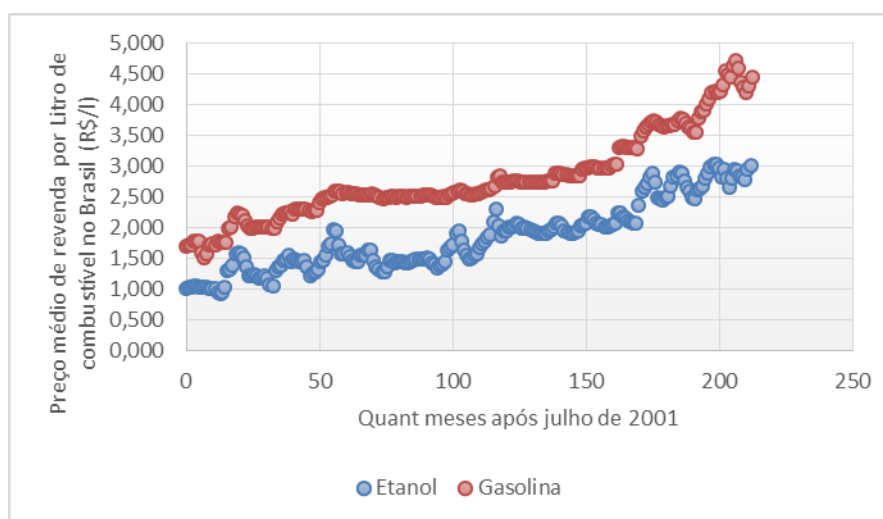
Fonte: Autores

<sup>5</sup> Ordenamos as colunas de modo que o etanol aparece antes da gasolina, para facilitar na construção do gráfico.

<sup>6</sup> Observação: A Tabela 4 é parte de uma tabela mais completa que possui cerca de 430 linhas.

Com essas informações, foi possível construir o seguinte gráfico:

**Gráfico 1** — Preços médios por litro de gasolina e etanol



**Fonte:** Autores

Repare-se que é possível comparar os dois preços. A gasolina sempre é mais cara, pois em todos os pontos o seu valor é mais alto que o do etanol. No entanto, ainda não está sendo considerado o consumo diferente de cada tipo de combustível, o que nos leva para a quarta etapa.

#### **Comparação entre os preços históricos dos combustíveis (Etapa 4)**

Nessa etapa, o foco é resolver o problema do gráfico 1. Para tanto, tivemos que construir uma nova tabela de dados, que tem como objetivo transformar o preço da gasolina em  $P_{igr}$ , ou seja, em um preço diretamente comparável ao preço do etanol. Com isso, construímos a seguinte tabela:

**Tabela 5** — Parte da tabela “Comparação entre os preços da gasolina e do etanol”<sup>7 8</sup>

MÊS	Nº Mês	PREÇO MÉDIO REVENDA ETANOL (R\$/l)	PREÇO MÉDIO REVENDA GASOLINA (R\$/l)	Plgr CIDADE	Plgr ESTRADA
jul/01	0	1,009	1,681	1,162378	1,173271
dez/01	5	1,029	1,775	1,226878	1,238375
jul/02	12	0,940	1,767	1,221416	1,232863
dez/02	17	1,313	2,001	1,382977	1,395937
jul/03	24	1,203	1,971	1,362445	1,375213
dez/03	29	1,191	1,998	1,381525	1,394472
jul/04	36	1,381	2,203	1,522968	1,53724
dez/04	41	1,478	2,303	1,5921	1,60702
jul/05	48	1,256	2,267	1,567212	1,581899
dez/05	53	1,536	2,483	1,716537	1,732623
jul/06	60	1,571	2,557	1,767694	1,78426
dez/06	65	1,448	2,531	1,74972	1,766117
jul/07	71	1,351	2,507	1,733128	1,74937
dez/07	76	1,467	2,509	1,734511	1,750765
jul/08	83	1,423	2,495	1,724832	1,740996
dez/08	88	1,476	2,518	1,740733	1,757046
jul/09	95	1,374	2,492	1,722758	1,738903
dez/09	100	1,703	2,556	1,767003	1,783562
jul/10	107	1,501	2,534	1,751794	1,76821
dez/10	112	1,778	2,602	1,798803	1,81566
jul/11	119	1,932	2,735	1,890748	1,908467
dez/11	124	2,055	2,750	1,901118	1,918934
jul/12	131	1,909	2,729	1,8866	1,90428
dez/12	136	1,936	2,754	1,903883	1,921725
jul/13	143	1,918	2,839	1,962645	1,981038
dez/13	148	2,022	2,946	2,036616	2,055701
jul/14	155	2,042	2,957	2,04422	2,063377
dez/14	160	2,041	3,031	2,095377	2,115014
jul/15	167	2,081	3,296	2,278576	2,299929
dez/15	172	2,659	3,633	2,511549	2,535086
jul/16	179	2,434	3,638	2,515006	2,538575
dez/16	184	2,831	3,734	2,581372	2,605563
jul/17	191	2,460	3,553	2,456244	2,479263
dez/17	196	2,879	4,085	2,824024	2,850489
jul/18	203	2,785	4,492	3,10539	3,134491
dez/18	208	2,828	4,365	3,017592	3,045871

<sup>7</sup> A Tabela 5 é uma parte de uma tabela que possui 212 linhas. Fizemos isso para tornar a leitura do texto mais fluida.

<sup>8</sup> Na construção dos gráficos e no restante do trabalho utilizamos a tabela completa.

abr/19	212	3,002	4,437	3,067367	3,096113
--------	-----	-------	-------	----------	----------

Fonte: Autores

Repare-se que as duas últimas colunas são transformações do preço de gasolina. Para construí-las, usamos a função adquirida na segunda etapa do projeto e também os dados obtidos na primeira etapa, isto é, a penúltima coluna é construída utilizando

$$P_{igr}(P_{ig}) = \frac{E}{G} * P_{ig}$$

em que  $E$  e  $G$  são dados retirados da última linha e da coluna “Cidade” da Tabela 3.  $P_{ig}$  são os valores da quarta coluna da esquerda para a direita da Tabela 5 (dados de revenda da gasolina). Assim, a função que transforma os valores da gasolina em algo comparável diretamente com o preço do etanol para quem utiliza o carro na cidade é dada por:

$$P_{igr}(P_{ig}) = \frac{8,04}{11,63} * P_{ig}$$

Podemos lidar com porcentagem também; para isso basta realizar a divisão acima.

$$P_{igr}(P_{ig}) = 0,6913 * P_{ig} = 69,13\% \text{ de } P_{ig}$$

O mesmo raciocínio é feito para a última coluna da Tabela 5 o que vai mudar são as variáveis  $E$  e  $G$  que serão referentes as variáveis obtidas na última linha e coluna “Estrada” da Tabela 3, isto é, a função é:

$$P_{igr}(P_{ig}) = \frac{9,49}{13,6} * P_{ig} = 0,6978 * P_{ig} = 69,78\% \text{ de } P_{ig}$$

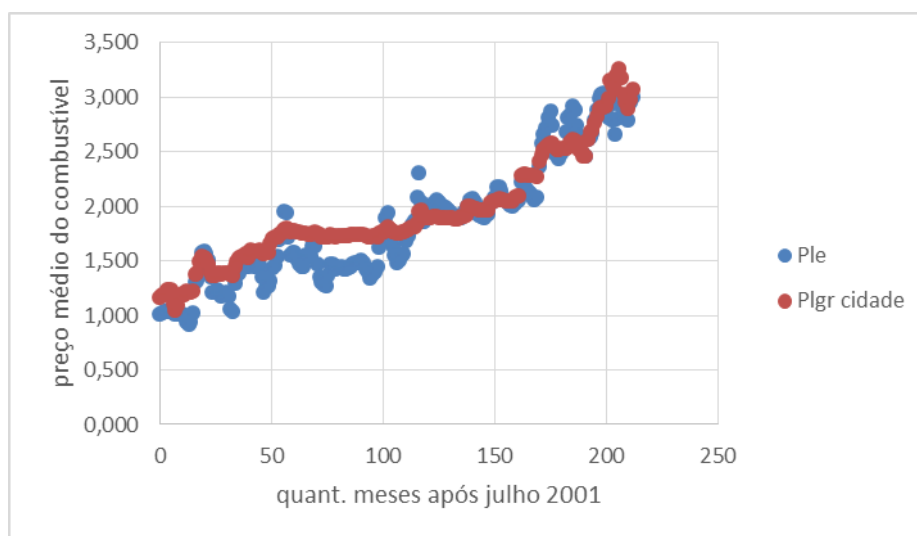
Podemos lidar com porcentagem também; para isso basta realizar a divisão acima.

$$P_{igr}(P_{ig}) = 0,6978 * P_{ig} = 69,78\% \text{ de } P_{ig}$$

Repare que fizemos uma aproximação dos valores, mas, para a construção da Tabela 5, utilizamos as funções com os coeficientes angulares expressos na forma de fração. Ainda se verificam que os coeficientes angulares das duas expressões estão muito próximos de  $0,7$ .

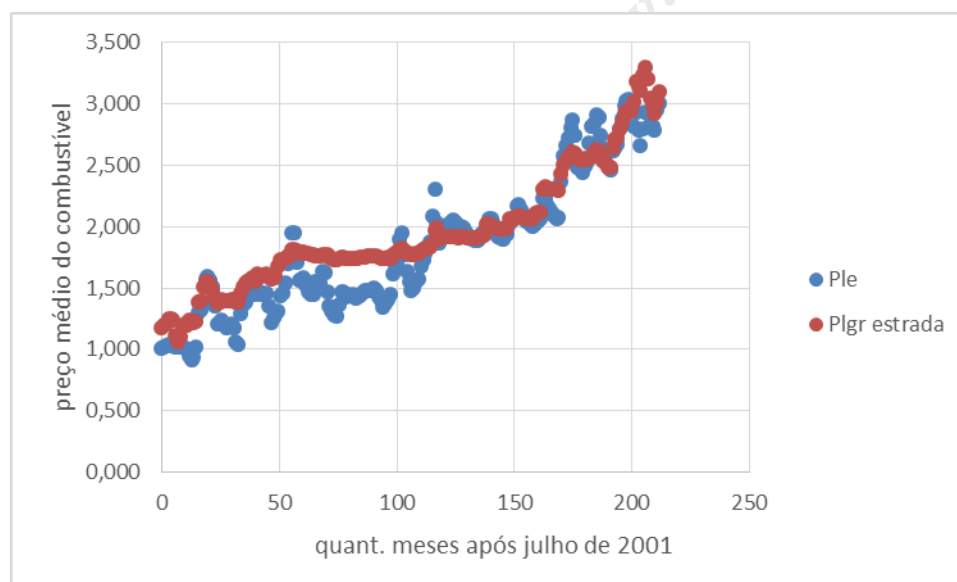
Feito isso, construímos os gráficos comparando o preço do etanol com a gasolina na cidade e na estrada.

**Gráfico 2** — Comparação histórica entre o preço por litro do etanol e da gasolina na cidade



**Fonte:** Autores

**Gráfico 3** — Comparação histórica entre o preço por litro do etanol e da gasolina na estrada



**Fonte:** Autores

Vale destacar que, nos momentos em que os pontos azuis estão acima dos laranjas, era melhor ter abastecido com gasolina. Quando ocorre o oposto, abastecer com etanol era a melhor escolha.

Bassanezi (2006) ressalta seis argumentos favoráveis para inclusão da Modelagem Matemática no ensino:

- 1- Argumento formativo: Enfatiza aplicações matemáticas e a resolução de problemas. Torna os estudantes exploradores, criativos e desenvolve neles a habilidade de resolver problemas;
- 2- Argumento da competência crítica: Prepara os estudantes para a vida real como cidadãos competentes para tomar decisões, reconhecer e entender exemplos representativos de conceitos matemáticos;
- 3- Argumento de utilidade: Enfatiza que o aprendizado da matemática é importante, pois ela pode ser utilizada como ferramenta na solução de problemas de diversas áreas e situações;
- 4- Argumento intrínseco: A Modelagem Matemática, resolução de problemas e as aplicações ajudam os estudantes a interpretar e entenderem a matemática em suas diferentes faces;
- 5- Argumento de aprendizagem: A aplicação da matemática facilita o estudante a compreender, guardar e valorizar os conceitos matemáticos;
- 6- Argumento de alternativa epistemológica: A Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa mais adequada às várias realidades socioculturais.

É importante salientar que Bassanezi (2006) destaca também três possíveis obstáculos para utilização da Modelagem Matemática na educação. O primeiro é o “obstáculo instrucional”, que é a obrigação de cumprir um programa completamente, pois o processo de modelagem pode ser mais demorado que o tradicional.

O segundo é o “obstáculo para o estudante”: como os estudantes estão acostumados com os métodos tradicionais, é possível que eles fiquem apáticos nas aulas, pois, na modelagem, eles são colocados no centro dos processos de ensino e aprendizagem.

O terceiro é o “obstáculo para os professores”: os professores podem não se sentir preparados a desenvolver a modelagem em suas aulas por falta de conhecimento ou até mesmo por medo de serem colocados em situações embaraçosas já que é necessário ter conhecimento da área de aplicação. Além disso, a preparação para as aulas pode ser mais demorada do que o usual.

### **Aplicações em sala de aula**



A aplicação dessa pesquisa em sala de aula é muito ampla, pois é possível trabalhar com diversas frentes da Matemática e em várias faixas de escolaridade. Basta o professor escolher a parte que mais tem a ver com o conteúdo que ele está passando naquele momento.

Como já foi dito, a pesquisa/projeto tem 4 etapas principais. Na (E1), a primeira coisa a se fazer é decidir se os dados serão disponibilizados ou se os alunos terão de pesquisá-los.

Nesse momento, caso os estudantes tenham que pesquisar, é possível debater sobre a confiabilidade de dados, órgãos e imparcialidade de pesquisas e sobre a construção de tabelas no desenvolvimento de um olhar crítico ao longo do estudo de Estatística, já que a experiência de se fazer pesquisa exige cautela na coleta e análise de dados disponibilizados por quaisquer fontes.

Destacamos, ainda, a escolha dentre os diferentes tipos de gráficos com o intuito de verificar qual é o melhor para cada situação e a leitura cuidadosa das informações que cada gráfico apresenta.

Nesse ponto, os professores podem dar possíveis sugestões de pesquisa e cada aluno escolher a que mais o agrada. Como, por exemplo, criar uma outra tabela sobre emplacamento por marca e construir gráficos e/ou porcentagens para comparar as informações e assim chegar a alguma conclusão.

Além de contemplar os conteúdos matemáticos, os alunos são estimulados a conhecerem os recursos de planilhas eletrônicas, utilizados por diversos setores do mundo do trabalho. O uso da tecnologia também dá mais velocidade na execução de processos durante a aula, o que disponibiliza mais tempo para um enfoque sobre os conceitos.

Vale ressaltar que todas as atividades citadas até agora podem ser trabalhadas apenas com quaisquer informações selecionadas e reunidas em uma tabela. Apontamos que estas tarefas da Etapa 1 são estratégias para o desenvolvimento de uma das competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental:

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas,

esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2017, p. 267)

Depois disso, é possível os alunos desenvolverem a capacidade de comparar os dados e tomar decisões, como, por exemplo, reorganizar a tabela de forma que ela fique em ordem do carro mais econômico para o menos econômico e escolher esse como o fator que mais pesa em uma suposta compra.

A primeira etapa também serve para justificar o porquê da (E2), pois, nela, é possível começar a indagar os alunos de como seria possível comparar os valores dos dois combustíveis, levando em conta que eles podem identificar tal diferença apenas ao observar os valores expostos em qualquer posto de combustível.

A segunda etapa consiste em descobrir uma função que transforma o preço da gasolina em algo que pode ser comparado com o preço do etanol de forma direta. Aqui, é possível discutir os conteúdos de funções, razão, proporção, inequação, regra de três e porcentagem.

Além disso, é importante levantar o porquê não se pode comparar diretamente o preço do etanol com o da gasolina, trazendo aqui a ideia de que carros abastecidos com um litro de gasolina tendem a andar mais quilômetros do que o mesmo automóvel se for abastecido com um litro de etanol (visto na (E1)).

“A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la” (BASSANEZI, 2006, p. 17). Sendo assim, trabalhar com a modelagem na sala de aula pode fazer com que os alunos se interessem mais pela matemática e sejam mais motivados para o estudo desta ciência e para sua utilização na interpretação do mundo que os cerca. A modelagem é, portanto, uma estratégia que busca responder uma pergunta frequente no discurso dos estudantes: “para que isso serve?”.

Estas características do uso didático da modelagem matemática, especialmente na E2 deste trabalho, estimulam o estudante a desempenhar aspectos de outra competência específica de Matemática para o Ensino Fundamental:

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a

investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. (BRASIL, 2017, p. 267)

Na terceira etapa, é possível trabalhar tudo o que já foi discutido na etapa 1 e ainda trabalhar com o conceito de gráfico de dispersão, ferramentas tecnológicas para a construção de gráficos, a ferramenta linha de tendência do Excel, variáveis discretas e contínuas.

Ao construir o gráfico de gasolina e do etanol em um mesmo plano, é possível mostrar para os alunos o motivo de termos feito a (E2), para que ela serve e começar a pensar na construção da última etapa.

Na etapa 4, destacam-se, novamente, as habilidades de construção e leitura de gráficos. A seleção de dados e o uso das planilhas eletrônicas nas duas etapas finais contemplam ainda outra competência específica:

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (BRASIL, 2017, p. 267)

## Conclusão

Na primeira etapa do artigo, coletamos dados sobre os 20 veículos mais emplacados de abril de 2019 e os seus respectivos consumos médios de combustíveis. Fizemos isso com o intuito de utilizar dados que representam uma parcela significativa de veículos, já que, dessa forma, ao usá-los, as expressões nas quais chegamos serão representativas para mais pessoas.

Foi desenvolvida, na segunda etapa do artigo, a seguinte expressão matemática que nos ajuda a responder à pergunta “qual dos dois combustíveis (etanol ou gasolina comum) tem um custo benefício melhor, sendo mais econômico?”:

$$P_{igr}(P_{lg}) = \frac{E}{G} * P_{lg}$$

Como já foi dito durante o texto,  $E$  é uma variável que representa a quantidade de quilômetros que um carro faz com um litro de etanol comum,  $G$  representa a quantidade de quilômetros que um carro faz com um litro de gasolina comum,  $P_{lg}$  representa o preço por litro da gasolina comum (valor encontrado na bomba) e,

finalmente, a função  $P_{igr}$  representa um valor da gasolina que pode ser diretamente comparado com o preço por litro do etanol.

Nessa mesma etapa da pesquisa, foi construindo um conjunto de inequações que envolvem a função descrita acima com as quais o leitor é capaz de escolher com qual combustível vai abastecer. Durante o texto, dividimos em três casos <sup>9</sup>:

$$\text{Caso 1: } P_{igr}(P_{lg}) > P_{le}$$

$$\text{Caso 2: } P_{igr}(P_{lg}) < P_{le}$$

$$\text{Caso 3: } P_{igr}(P_{lg}) = P_{le}$$

Vimos que os casos 1, 2 e 3 significam, respectivamente, que o motorista deve abastecer o seu veículo com etanol, gasolina e qualquer um dos dois. É importante destacar que essa expressão é mais geral, pois os valores que serão utilizados nela são valores do veículo do próprio leitor.

Na etapa 3, recolhemos dados sobre os preços médios mensais de etanol e gasolina no Brasil de julho de 2001 até abril de 2019. Nesse ponto, foram construídos gráficos e, ao observá-los, percebemos que os preços dos dois combustíveis não podem ser comparados diretamente.

Na etapa 4, realizamos essa comparação e, para isso, utilizamos os dados obtidos na etapa 1 e a função construída na etapa 2. E, dessa maneira, construímos mais duas funções, uma para quem usa o carro na cidade e outra para quem o usa na estrada. As expressões são, respectivamente,

$$P_{igr}(P_{lg}) = \frac{8,04}{11,63} * P_{lg}$$

$$P_{igr}(P_{lg}) = \frac{9,49}{13,6} * P_{lg}$$

Usamos essas duas expressões para transformar os valores históricos da gasolina em outros que, como vimos, são capazes de serem comparados diretamente com o preço do etanol.

Feito isso, construímos gráficos para compararmos os valores e chegamos na conclusão que existem períodos em que é preferível abastecer com etanol e outros com

---

<sup>9</sup> Onde  $P_{le}$  representa o preço por litro do etanol (valor encontrado na bomba).

gasolina, o que poderia ser uma hipótese do senso comum. O importante, no entanto, é que, pela expressão obtida na etapa 2, o consumidor pode adaptá-la à sua situação particular, para a análise ser mais precisa.

Ainda na etapa 4 do artigo, vimos que é possível aproximar as expressões obtidas na etapa 4 para:

$$P_{igr}(P_{ig}) = 0,7 * P_{ig}$$

Ou seja, ao utilizar os três casos descritos acima, podemos concluir que: se 70% do preço da gasolina for mais alto do que o preço do etanol, então é mais econômico abastecer o carro com etanol; se for menor, com gasolina e, se nenhuma das duas opções ocorrer, utilizar qualquer um dos dois combustíveis.

Dito de outra forma, a modelagem realizada dá sustento científico para a seguinte recomendação: se  $P_{ig} * 0,70 > P_{ie}$ , então abasteça com etanol; se  $P_{ig} * 0,70 < P_{ie}$ , então abasteça com gasolina e caso se  $P_{ig} * 0,70 = P_{ie}$ , então a escolha do combustível é indiferente. Novamente, é importante destacar que 70% é uma aproximação para os valores obtidos neste artigo e que o mais correto seria encontrar os dados do seu respectivo veículo, ou seja, calcular a razão entre a quantidade de quilômetros que o seu carro faz com um litro de etanol e aquela feita com um litro de gasolina, e utilizar este valor ao invés do **0,70** na expressão acima.

## Referências

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS. **Série histórica do levantamento de preços e margens de comercialização de combustíveis.** [Brasília, DF]: ANP, 2020. Disponível em: <http://www.anp.gov.br/precos-e-defesa/234-precos/levantamento-de-precos/868-serie-historica-do-levantamento-de-precos-e-de-margens-de-comercializacao-de-combustiveis>. Acesso em: 25 fev. 2020.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category\\_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192). Acesso em: 15 maio 2020.

FEDERAÇÃO NACIONAL DA DISTRIBUIÇÃO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES. **Emplacamento:** resumo mensal abril de 2019. São Paulo: FENABRAVE, 2019. Disponível em: <http://www.fenabrave.org.br/Portal/conteudo/emplacamentos>. Acesso em: 15 maio 2020.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Resolução nº 2, de 28 de agosto de 2018. Divulgar, as estimativas da população para Estados e Municípios [...] 2018. **Diário Oficial da União:** Seção 1, Brasília, DF, ano 155, n. 167, p. 55, 29 ago. 2018. Disponível em: [http://www.in.gov.br/materia/-/asset\\_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/38727425/do1-2018-08-29-resolucao-n-2-de-28-de-agosto-de-2018-38727285](http://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/38727425/do1-2018-08-29-resolucao-n-2-de-28-de-agosto-de-2018-38727285). Acesso em: 15 maio 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA. **Tabelas de consumo/eficiência energética:** veículos automotores leves. [S. l.]: INMETRO, 2017. Disponível em: [http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pbe/veiculos\\_leves\\_2017.pdf](http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pbe/veiculos_leves_2017.pdf). Acesso em: 15 maio 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA. **Tabelas de consumo/eficiência energética:** veículos automotores leves. [S. l.]: INMETRO, 2019. Disponível em: [http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pbe/veiculos\\_leves\\_2019.pdf](http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pbe/veiculos_leves_2019.pdf). Acesso em: 15 maio 2020.

SINDICATO NACIONAL DA INDÚSTRIA DE COMPONENTES PARA VEÍCULOS AUTOMOTORES. **Relatório da frota circulante:** edição 2019. [S. l.]: SINDIPEÇAS, 2019. Disponível em: [https://www.sindipecas.org.br/sindinews/Economia/2019/RelatorioFrotaCirculante\\_Maio\\_2019.pdf](https://www.sindipecas.org.br/sindinews/Economia/2019/RelatorioFrotaCirculante_Maio_2019.pdf). Acesso em: 15 maio 2020.

#### **MATHEMATICAL MODELING AS A RESOURCE FOR CHOOSING THE FUEL OF A FLEX CAR**

##### **ABSTRACT**

*This article's subject is flex vehicles (dual-fuel vehicle) fuel consumption and the question raised is: what ration between ethanol and gasoline prices makes more economic to fill up the flex car with one or another fuel? To answer this question, we use, as methodology of Mathematical Modeling as proposed by Bassanezi (2006) and, based on it, we developed a mathematical expression with which one is able to input his vehicle fuel consumption data and answer the question. Throughout the text, two expressions are offered dealing with the same matter, although using April 2019 more licensed vehicles average fuels consumption. Moreover, we compare the prices of the ethanol and gasoline since July 2001 until April 2019 to identify the periods in which it was more advantageous use one or another fuel, from a monetary point of view. Based on the models obtained, math class suggestions are given.*

**Keywords:** *Mathematical Modeling; Fuel consumption; Cost benefit.*

**Envio: maio/2020**

**Aceito para publicação: agosto/2020**